Frações

Números Racionais

Consideremos a operação 4:5 = ? onde o dividendo não é múltiplo do divisor. Vemos que não é possível determinar o quociente dessa divisão no conjunto dos números porque não há nenhum número que multiplicando por 5 seja igual a 4.

A partir dessa dificuldade, o homem sentiu a necessidade de criar outro conjunto que permite efetuar a operação de divisão, quando o dividendo não fosse múltiplo do divisor. Criou-se, então, o conjunto dos Números Racionais.

Número racional é todo aquele que é escrito na forma — onde a e b são números inteiros e b é diferente de zero.

São exemplos de números racionais:

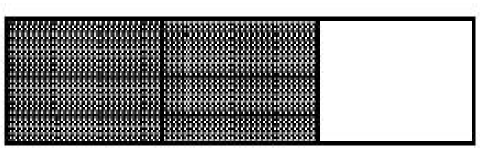
$$\frac{3}{5}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{4}{3}, \quad \frac{10}{5}, \quad \frac{12}{24}, \quad \frac{36}{18}$$

A seguir, estudaremos o conjunto dos números racionais fracionários, também chamados de frações.

Conceito de Fração:

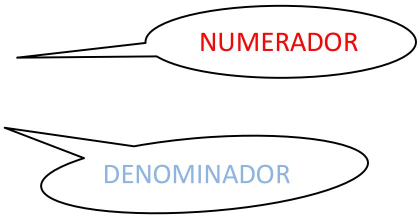
Se dividirmos uma unidade em partes iguais e tomarmos algumas dessas partes, poderemos representar essa operação por uma fração.

Veja:



A figura foi dividida em três partes iguais. Tomamos duas partes.

Representamos, então, assim: –



Lemos: dois terços.

O número que fica embaixo e indica em quantas partes o inteiro foi dividido, chama-se DENOMINADOR.

O número que fica sobre o traço e indica quantas partes iguais foram consideradas do inteiro, chama-se NUMERADOR.

Leitura e Classificações das Frações

Numa fração, lê-se, em primeiro lugar, o numerador e, em seguida, o denominador.

a) Quando o denominador é um número natural entre 2 e 9, a sua leitura é feita do seguinte modo:

$\frac{1}{2}$ - um meio $\frac{1}{3}$ - um terço $\frac{1}{4}$ - um quarto

$\frac{1}{5}$ - um quinto $\frac{1}{6}$ - um sexto $\frac{1}{7}$ - um sétimo

$\frac{1}{8}$ - um oitavo $\frac{1}{9}$ - um nono

b) Quando o denominador é 10, 100 ou 1000, a sua leitura é feita usando-se as palavras décimo(s), centésimo(s) ou milésimo(s).

$\frac{1}{10}$ - um décimo $\frac{7}{100}$ - sete centésimos

$\frac{20}{1000}$ - vinte milésimos

c) Quando o denominador é maior que 10 (e não é potência de 10), lê-se o número acompanhado da palavra "avos".

$\frac{1}{15}$ - um quinze avos $\frac{3}{29}$ - três vinte e nove avos

$\frac{13}{85}$ - treze oitenta e cinco avos

Frações Ordinárias e Frações Decimais

As frações cujos denominadores são os números 10, 100, 1000 (potências de 10) são chamadas Frações Decimais. As outras são chamadas Frações Ordinárias.

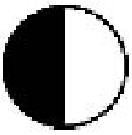
Veja os exemplos na página seguinte:

$\frac{3}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{23}{1000}$ são frações decimais

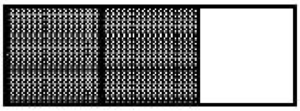
$\frac{1}{5}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{10}{41}$ são frações ordinárias

Frações Próprias

Essas frações são menores do que a unidade. São chamadas Frações Próprias. Nas frações próprias, o numerador é menor do que o denominador.



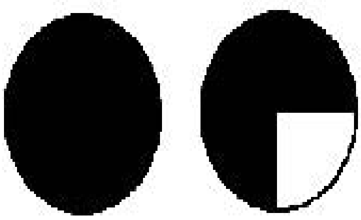
$\frac{1}{2}$



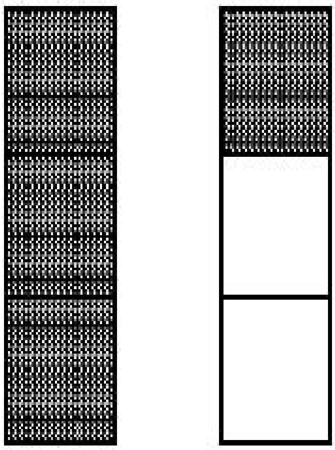
$\frac{2}{3}$

Frações Impróprias

Observe as frações abaixo:

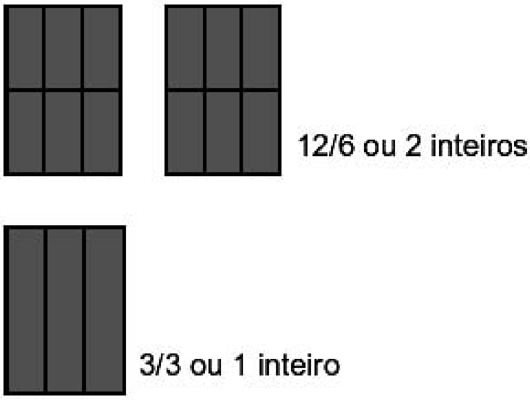


$\frac{7}{4}$



$\frac{4}{3}$

Observe:

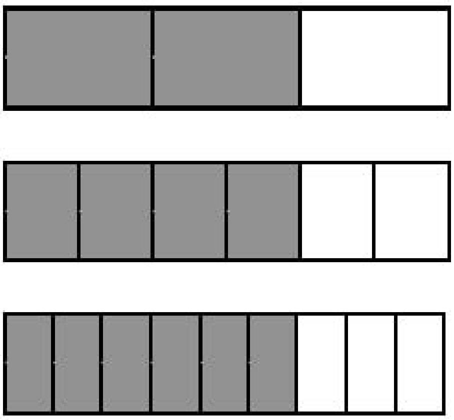


As frações acima representam inteiros. Elas são chamadas Frações Aparentes. Nas frações aparentes, o numerador é sempre múltiplo do denominador, isto é, o numerador é divisível pelo denominador.

Uma fração aparente é também imprópria, mas nem toda fração imprópria é aparente.

Frações Equivalentes/Classe de Equivalência.

Observe as figuras:



$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$

$\frac{6}{9}$

As frações 2/3, 4/6 e 6/9 representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes. Estas frações são denominadas Frações Equivalentes.

Para obtermos uma fração equivalente a outra, basta multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número (diferente de zero).

Exemplo:

$$\frac{2}{5} \text{ é igual a } \frac{10}{25}\text{, pois } \frac{2x5}{5x5} = \frac{10}{25}$$

$$\frac{18}{21} \text{ é igual a } \frac{6}{7}\text{, pois } \frac{18 \div 3}{21 \div 3} = \frac{6}{7}$$

O conjunto de frações equivalentes a uma certa fração chama-se CLASSE DE EQUIVALÊNCIA.

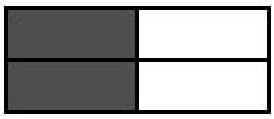
Exemplo:

Classe de equivalência de

$$\frac{1}{2} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12} \ldots \right\}$$

Números Mistos

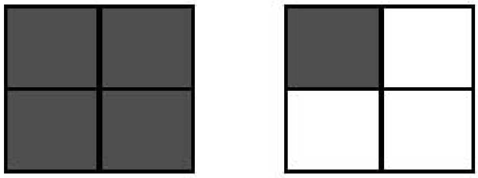
Os números mistos são formados por uma parte inteira e uma fração própria.

1 inteiro  $\frac{1}{2}$ 

Representamos assim: $1\frac{1}{2}$ E lemos: um inteiro e um meio

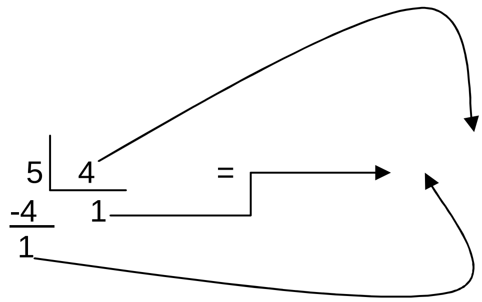
Extração de Inteiros

É o processo de transformação de fração imprópria em número misto. Observe a figura:



$$1\,\frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{4}$$

Para transformar 5/4 em número misto, ou seja, para verificar quantas vezes 4/4 cabe em 5/4, procede-se assim:



É só dividir o numerador pelo denominador. O quociente será a parte inteira. O resto será o numerador e conserva-se o mesmo denominador.

É fácil, mas exige atenção e concentração ao realizarem-se os cálculos. Para "montar" a fração mista, é preciso entender quem é o numerador, o denominador, o quociente e o resto. Caso contrário, não será possível organizar o número misto.

Se você possui o número misto, poderá transformá-lo em fração imprópria. Como fazer? É só realizar o caminho inverso. Veja na próxima página:

Transformação de Números Mistos em Frações Impróprias.

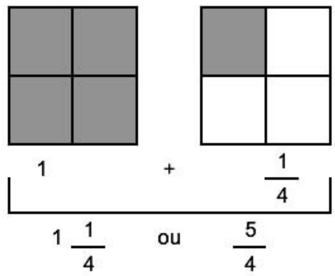
Observe o exemplo e a ilustração:

Transformar o número fração imprópria:

Solução: Consiste em transformar 1 em quartos e juntar com o outro quarto.

$$1\frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$



Resumidamente, procede-se assim:

Multiplica-se a parte inteira pelo denominador e adiciona-se o numerador ao produto obtido, mantendo-se o denominador.

$$1\frac{1}{4} = \frac{(1 \times 4 + 1)}{4} = \frac{5}{4}$$

Simplificação de Frações

Simplificar uma fração significa transformá-la numa fração equivalente com os termos respectivamente menores.

Para isso, divide-se o numerador e o denominador por um mesmo número natural (diferente de 0 e de 1). Veja o exemplo na página seguinte:

Exemplo:

Simplificar $\frac{8}{16}$

$$\frac{8 \div 2}{16 \div 2} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

Quando uma fração não pode mais ser simplificada, diz-se que ela é IRREDUTÍVEL ou que está na sua forma mais simples. Nesse caso, o numerador e o denominador são primos entre si.

Redução de Frações ao mesmo Denominador

Reduzir duas ou mais frações ao mesmo denominador significa obter frações equivalentes às apresentadas e que tenham todas o mesmo número para denominador.

Exemplo:

As frações 1/2, 2/3 e 3/4 são equivalentes a 6/12, 8/12 e 9/12 respectivamente.

Para reduzirmos duas ou mais frações ao mesmo denominador, seguimos os seguintes passos:

1º - Calcula-se o m.m.c. dos denominadores das frações que será o menor denominador comum.

2º-Divide-se o m.m.c. encontrado pelos denominadores das frações dadas.

3º - Multiplica-se o quociente encontrado em cada divisão pelo numerador da respectiva fração. O produto encontrado é o novo numerador.

Exemplo:

Reduzir ao menor denominador comum as frações:

$$\frac{1}{2}\ ,\ \frac{3}{4}\ ,\ \frac{7}{6}$$

Solução:

1º - m.m.c. (2, 4, 6) = 12 é o denominador.

$$\begin{array}{r|l} 2, 4, 6 & 2 \\ 1, 2, 3 & 2 \\ 1, 1, 3 & 3 \\ \hline 1, 1, 1 & 12 \end{array}$$

2º - $12 \div 2 = 6$

$12 \div 4 = 3$

$12 \div 6 = 2$

3º - $\frac{1 \times 6}{12} = \frac{6}{12}$ $\quad \frac{3 \times 3}{12} = \frac{9}{12}$ $\quad \frac{7 \times 2}{12} = \frac{14}{12}$

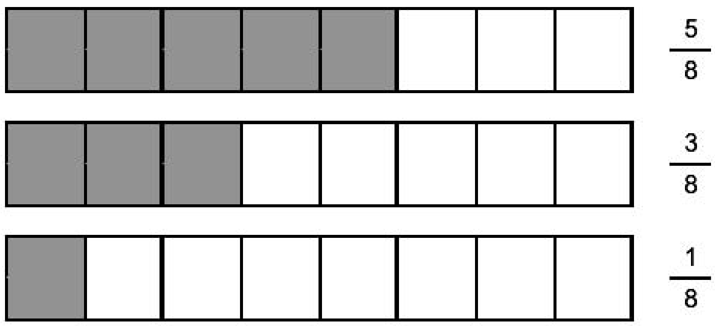
Portanto: $\frac{6}{12}, \frac{9}{12}, \frac{14}{12}$ é a resposta.

Comparação de Frações

Comparar duas frações significa estabelecer uma relação de igualdade ou desigualdade entre elas.

Frações com o mesmo Denominador

Observe: Se duas ou mais frações tem o mesmo denominador, a maior é a que tem maior numerador.



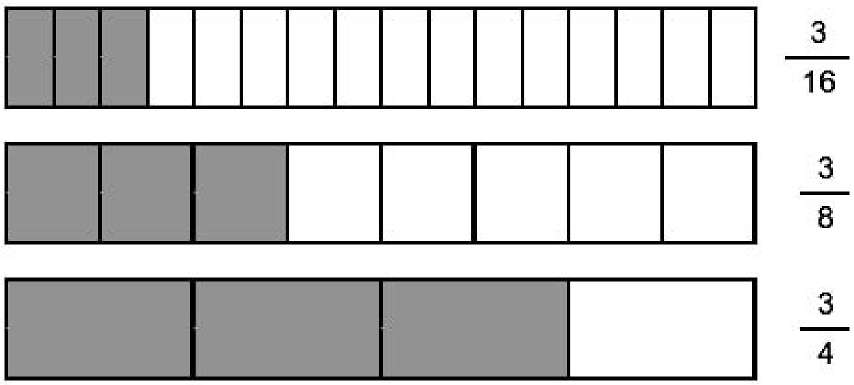
Percebe-se que : $\frac{5}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$ Então:

A fração 5/8 é maior que 3/8 que é maior que 1/8. Como posso ter certeza? É simples. Toda fração é uma divisão, portanto, basta dividirmos o numerador pelo denominador. A fração que apresentar o resultado maior será a maior!

5/8 = 0,625 ; 3/8 = 0,375 ; 1/8 = 0,125 . Outra maneira de raciocinarmos seria entender que dividir 5 laranjas entre 8 pessoas será um número MAIOR de laranjas (neste caso pedaço de laranja) do que dividir 3 laranjas entre 8 pessoas e assim sucessivamente...

Frações com o Mesmo Numerador

Observe:



Percebemos que: $\frac{3}{16} < \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$

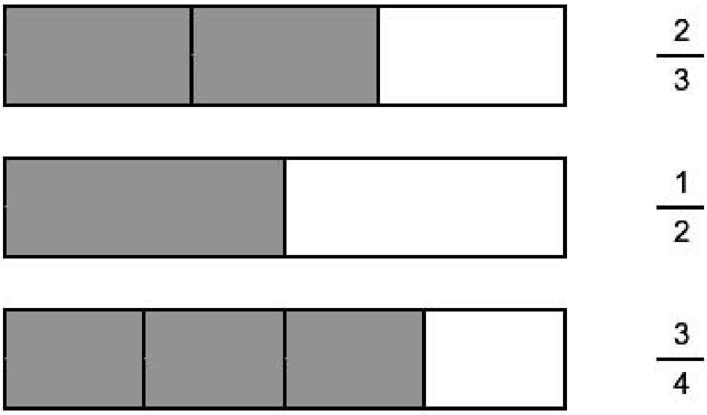
Então:

Se duas ou mais frações tem o mesmo numerador, a maior é a que tem menor denominador.

O ***numerador*** é a “parte de cima” da fração... O ***denominador*** é a “parte de baixo” da fração. O numerador significa QUANTO temos para dividir. O denominador significa POR QUANTOS vamos dividir. Assim, a fração 3/16 significa que temos 3 litros de água para dividir IGUALMENTE entre 16 pessoas. O resultado desta divisão é a QUANTIDADE de água que cada pessoa receberá para saciar a sede.

Frações com os Numeradores e Denominadores Diferentes

Observe:



Para fazer a comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes, reduzem-se as frações ao mesmo denominador.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \qquad \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \qquad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\begin{array}{l|l} 3,\ 2,\ 4 & 2 \\ 3,\ 1,\ 2 & 2 \\ 3,\ 1,\ 1 & 3 \\ \hline 1,\ 1,\ 1 & 12 \end{array}$$

Já aprendemos que comparando frações com denominadores iguais a maior

Daí, $\frac{9}{12} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{6}{12}$.

Então: $\frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

Adição e Subtração de Frações

A soma ou diferença de duas frações é outra fração, obtida a partir do estudo dos seguintes "casos":

1º) As Frações tem o mesmo Denominador.

Adicionam-se ou subtraem-se os numeradores e repete-se o denominador.

Exemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$$

2º) As Frações tem Denominadores diferentes.

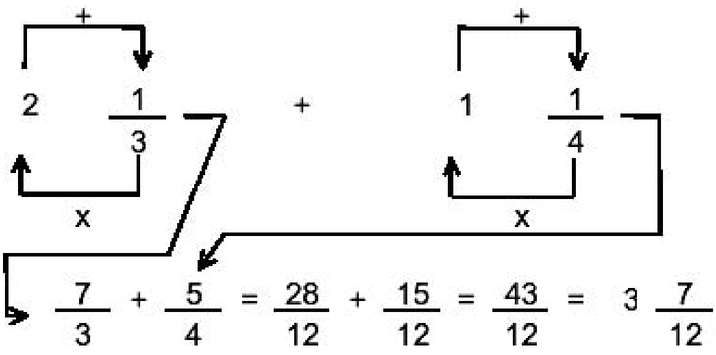
Reduzem-se as frações ao mesmo denominador e procede-se como no 1º caso.

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} \qquad \begin{array}{r|l} 3,4 & 2 \\ 3,2 & 2 \\ 3,1 & 3 \\ \hline 1,1 & 12 \end{array}$$

3º) Números Mistos.

Transformam-se os números mistos em frações impróprias e procede-se como nos 1º e 2º casos.

Exemplo: + =



Atenção:

Nas operações com frações, é conveniente simplificar e extrair os inteiros do resultado sempre que possível.

Multiplicação de Frações

A multiplicação de duas ou mais frações é igual à outra fração, obtida da seguinte forma:

> O numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores. Numa multiplicação de frações, costuma-se simplificar os fatores comuns ao numerador e ao denominador antes de efetuá-la.

Exemplo:

$$\frac{2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{3}^1}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{\cancel{6}^2}{\cancel{5}^1} \times \frac{\cancel{10}^2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{9}^3} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\ \frac{2}{3}$$

Divisão de Frações Ordinárias

O quociente da divisão de duas frações é outra fração obtida da seguinte forma:

1º Multiplica-se a primeira pela fração inversa da segunda.

Para isso, exige-se:

1º-Transformar os números mistos em frações impróprias.

2º-Transformar os números inteiros em frações aparentes.

3º-Simplificar.

4º-Multiplicar os numeradores entre si e os denominadores entre si.

5º-Extrair os inteiros.

Exemplo:

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20} = 1\ \frac{1}{20}$$

$$8\ \frac{1}{4} \div 3 = \frac{33}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{\cancel{33}^{11}}{4} \times \frac{1}{\cancel{3}_1} = \frac{11}{4} = 2\ \frac{3}{4}$$

Partes Fracionárias de um Número

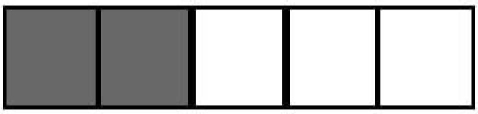
Observe:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 15 = \frac{2}{3_1} \times \frac{15^5}{1} = 10$$

Para determinar partes fracionárias de um número, devemos multiplicar a parte fracionária pelo número dado.

Exercícios

1) Observando o desenho, escreva o que se pede:



a) O inteiro foi dividido em .... partes iguais.

b) As partes sombreadas representam .... partes desse inteiro.

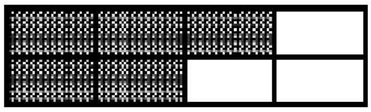
c) A fração representada é: ....

d) O termo da fração que indica em quantas partes o inteiro foi dividido é o ....

e) O termo da fração que indica quantas dessas partes foram tomadas é o ....
....
....

2) Escreva as frações representadas pelos desenhos:

a) 

c) 

b) 

d) 

3) Represente com desenho as seguintes frações:

$\frac{7}{8}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$

$\frac{5}{4}$ $\frac{1}{2}$

4) Complete com a palavra correta:

a) Frações próprias são frações cujo numerador é .... que o denominador.

b) Frações próprias representam quantidades .... que a unidade.

c) Frações impróprias são frações cujo numerador é .... que o denominador.

d) Frações impróprias representam quantidades .... que a unidade.

e) O numerador em uma fração é ....

f) O denominador é a parte.......................................da fração.

g) A fração que tem o denominador maior que o numerador é .... que a fração que possui o denominador maior que o numerador.

5) Numa pizzaria, Mario comeu ½ de uma pizza e Camila comeu 2/4 da mesma pizza.

a) Quem comeu mais?..

b) Quanto sobrou da pizza? ....

6) Assinale V (VERDADEIRO) ou F (FALSO):

a) ( ) Toda fração imprópria é maior do que 1.

b) ( ) Toda fração imprópria pode ser representada por um número misto.

c) ( ) 1/3 é uma fração.

7) Faça a leitura de cada uma das frações seguintes:

a) $\frac{3}{4}$ ....

b) $\frac{5}{8}$ ....

c) $\frac{1}{2}$ ....

d) $\frac{5}{100}$ ....

8) Classificar as frações seguintes em própria, imprópria ou aparente:

a) $\frac{2}{3}$ ....

b) $\frac{5}{2}$ ....

c) $\frac{8}{4}$ ....

d) $\frac{12}{15}$ ....

e) $\frac{24}{6}$ ....

9) Circule as frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{5} = \frac{10}{25} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{20} \quad \frac{8}{20} \quad \frac{6}{15}$

b) $\frac{6}{7} = \frac{2}{5} \quad \frac{18}{21} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{30}{35} \quad \frac{1}{7}$

10) Numere com 1 se a fração abaixo é ordinária; com 2 se a fração é decimal:

1. fração ordinária
2. fração decimal

( ) $\frac{1}{2}$ ( ) $\frac{7}{10}$ ( ) $\frac{359}{1000}$ ( ) $\frac{6}{35}$

11) Com o sinal > ou < complete a seqüência de frações abaixo:

a) 3/4 ____ 3/8

b) 3/8____5/16

c) 5/16 ____1/2

e) 15/16 ____7/8

12) Transforme os números mistos em frações impróprias:

a) $2\frac{7}{9} =$ b) $3\frac{1}{2} =$ c) $5\frac{7}{13} =$

d) $1\frac{1}{8} =$ e) $12\frac{3}{4} =$

13) Extraia os inteiros das frações:

a) $\frac{17}{5} =$

b) $\frac{38}{7} =$

c) $\frac{87}{4} =$

d) $\frac{25}{13} =$

e) $\frac{42}{19} =$

14) Simplifique as frações, tornando-as irredutíveis:

a) $\frac{4}{6} =$

b) $\frac{6}{15} =$

c) $\frac{8}{14} =$

d) $\frac{14}{28} =$

15) Reduza as frações ao mesmo denominador:

a) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6} =$

b) $\frac{1}{8}, \frac{3}{16} =$

c) $\frac{3}{5}, \frac{6}{8} =$

d) $\frac{1}{2}, \frac{5}{16}, \frac{3}{12} =$

e) $\frac{3}{4}, \frac{6}{16}, \frac{3}{5} =$

16) Compare as frações, escrevendo-as em ordem crescente:

a) $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{10}{4};$

b) $\frac{3}{6}, \frac{3}{10}, \frac{3}{2}, \frac{3}{1}, \frac{3}{12};$

c) $\frac{1}{10}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{15};$

d) $1\frac{5}{16}, 1\frac{1}{8}, \frac{5}{6}, 1\frac{1}{5};$

17) Compare as frações apresentadas em cada item, escrevendo, entre elas, os sinais **<** ou **>** ou = :

a) $\frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{4}{5}$	b) $\frac{3}{2}$ $\quad$ $\frac{7}{3}$	c) $\frac{5}{2}$ $\quad$ $\frac{4}{3}$
d) $\frac{6}{4}$ $\quad$ $\frac{7}{5}$	e) $\frac{3}{9}$ $\quad$ $\frac{1}{9}$	f) $\frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{1}{6}$
g) $\frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{5}{4}$	h) $\frac{2}{7}$ $\quad$ $\frac{2}{15}$	i) $\frac{7}{11}$ $\quad$ $\frac{3}{5}$
j) $\frac{2}{7}$ $\quad$ $\frac{3}{35}$		

18) Circule a maior fração:

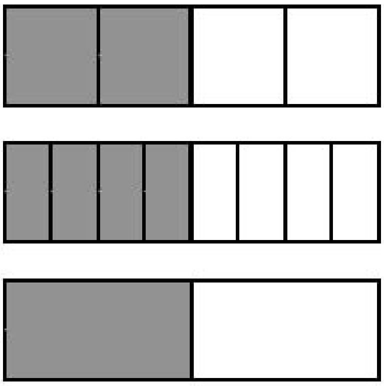
a) $\frac{3}{5}$ *ou* $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ *ou* $\frac{2}{9}$

c) $\frac{3}{4}$ *ou* $\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{10}$ *ou* $\frac{3}{6}$

19) Circule as frações menores do que um inteiro:

$\frac{1}{3}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{5}$

20) Observe as figuras e escreva as frações representadas:



Complete:

Essas frações representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes.

Essas frações são denominadas ....

21) Numere a 2ª coluna de acordo com a fração equivalente na 1ª:

(a) $\frac{6}{9}$ ( ) $\frac{28}{32}$

(b) $\frac{1}{2}$ ( ) $\frac{25}{40}$

(c) $\frac{7}{8}$ ( ) $\frac{16}{64}$

(d) $\frac{1}{4}$ ( ) $\frac{2}{3}$

(e) $\frac{5}{8}$ ( ) $\frac{8}{16}$

22) Torne as frações irredutíveis:

a) $\frac{24}{32} =$

b) $\frac{100}{128} =$

c) $\frac{12}{15} =$

d) $\frac{4}{32} =$

e) $\frac{48}{64} =$

f) $\frac{25}{100} =$

23) Circule as frações irredutíveis:

$\frac{1}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{1}{8}$

24) Determine a soma:

a) $\frac{5}{16} + \frac{3}{16} + \frac{7}{16}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{8} + \frac{7}{16} + \frac{15}{32}$

25) Efetue as adições e simplifique o resultado quando possível:

a) $2 + \frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} =$

b) $d\frac{13}{16} + 1 + 5\frac{1}{8} =$

c) $\frac{25}{3} + 1\frac{1}{4} + 1 =$

d) $2\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$

26) Quanto falta a cada fração para completar a unidade?

Exemplo:

$$\frac{5}{8} \rightarrow \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{13}{16}$

c) $\frac{5}{32}$ d) $\frac{17}{64}$

27) Efetue as subtrações indicadas:

a) $\frac{15}{10} - \frac{3}{10} =$

b) $\frac{7}{9} - \frac{5}{9} =$

c) $\frac{8}{5} - \frac{2}{7} =$

d) $3\frac{4}{13} - 1\frac{1}{2} =$

e) $5\frac{2}{3} - \frac{1}{8} =$

28) Resolva:

a) $\frac{1}{2} \; x \; \frac{3}{5} \; x \; \frac{1}{4} =$

b) $\frac{2}{5} \; x \; \frac{9}{7} \; x \; \frac{14}{27} =$

c) $\frac{5}{21} \; x \; \frac{3}{10} \; x \; \frac{7}{15} =$

d) $\frac{3}{4} \; x \; 2 \; x \; \frac{2}{5} =$

e) $3\frac{1}{2} \; x \; \frac{5}{16} \; x \; \frac{3}{5} =$

29) Qual o comprimento resultante da emenda de 16 barras em sentido longitudinal medindo cada uma 5 ¾ metros?

Resposta:

30) Calcule:

a) $2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} =$

b) $3\frac{1}{2} \div 2\frac{3}{5} =$

c) $4\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{2} -$

d) $6\frac{1}{3} \div 5\frac{1}{2} =$

e) $\frac{15}{16} \div 5 =$

f) $2\frac{1}{3} \div 7 =$

g) $\frac{3}{10} \div \frac{1}{5} =$

h) $\frac{2}{4}$ *de* $32 =$

i) $\frac{5}{7}$ *de* $350 =$

j) $\frac{1}{3}$ *de* $930 =$

31) Leia com atenção os problemas e resolva:

a) Um carro percorre 8 km com 1 litro de gasolina. Quantos quilômetros percorrerá com 10 1/2 litros?

R:

b) Um vendedor tinha 4.850 parafusos e vendeu 3/5 deles. Ele quer colocar o restante, igualmente em 10 caixas. Quanto deve colocar em cada caixa?

R:

c) Coloquei 6/12 de minhas ferramentas em uma caixa, 2/4 em outra caixa e o restante deixei fora das caixas.

Que parte de ferramentas ficou fora das caixas?

R:

d) João encheu o tanque do seu carro. Gastou 2/5 da gasolina para trabalhar e 1/5 para passear no final de semana. Quanto sobrou de gasolina no tanque?

R:

e) Numa oficina havia 420 veículos, ¼ eram caminhões. Quantos caminhões havia na oficina?

R:

f) Em uma caixa, os lápis estão assim distribuídos: ½ correspondem aos lápis vermelhos, 1/5 são lápis azuis e ¼ são pretos. Que fração corresponde ao total de lápis na caixa?

R:

Números Decimais

O que são números decimais?

Normalmente, a resposta mais imediata para a questão é que “um número decimal é um número com vírgula”. No entanto, esta resposta além de curta está incorreta. Veja só, de acordo com a “resposta” teríamos de considerar que qualquer número com vírgula seria decimal, o que não é verdade (por exemplo, π =3,141592654… seria número decimal).

Para não termos dúvidas, antes de continuarmos, vamos rever a noção de número racional:

Chama-se **número racional** a um número da forma $\frac{m}{n}$, com *m* e n inteiros e $n \neq 0$. O número *m* diz-se o **numerador** da fração e *n* o **denominador**. Ao conjunto formado por estes números chama-se conjunto dos números racionais. Note-se que um **número inteiro é também um número racional**.

No conjunto dos números racionais destaca-se um subconjunto representado por frações cujo denominador é uma potência de 10, designadas por **frações decimais**. Chama-se fração decimal a uma fração da forma $\frac{a}{10^n}$, onde *a* é um número inteiro e *n* um número natural.

Sempre que for possível representar um número racional por uma fração decimal diz-se que esse número é decimal.

Assim, o conjunto dos números decimais é um subconjunto dos números racionais. Veja na próxima página os exemplos:

- $\frac{3}{5}$ é um racional decimal pois equivalente à fração decimal $\frac{6}{10}$

- $\frac{2}{3}$ não é um racional decimal pois não é conversível em fração decimal.

Já estudamos que uma fração é decimal, quando o seu denominador é o número 10 ou potência de 10.

Exemplos:

$\frac{5}{10}$ Lê-se cinco décimos

$\frac{45}{1000}$ Lê-se quarenta e cinco milésimos

As frações decimais podem ser representadas através de uma notação decimal que é mais conhecida por "número decimal".

Exemplos:

$\frac{1}{10} = 0{,}1$ Lê-se um décimo

$\frac{1}{100} = 0{,}01$ Lê-se um centésimo

$\frac{1}{1000} = 0{,}001$ Lê-se um milésimo

Essa representação decimal de um número fracionário obedece ao princípio da numeração decimal que diz: "Um algarismo escrito à direita de outro representa unidades dez vezes menores que as desse outro."

...Milhar	Centena	Dezena	Unidade Simples	Décimo	Centésimo	Milésimo...
... 1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001...

Em um número decimal:

Os algarismos escritos à esquerda da vírgula constituem a parte inteira.

Os algarismos que ficam à direita da vírgula constituem a parte decimal.

Parte inteira → 12,63 ← Parte decimal

Lê-se doze inteiros e sessenta e três centésimos.

Para fazer a leitura de um número decimal, procede-se da seguinte maneira:

1- Enuncia-se a parte inteira, quando existe.

2- Enuncia-se o número formado pelos algarismos da parte decimal, acrescentando o nome da ordem do último algarismo.

Exemplos:

a) 0,438 -Lê-se: quatrocentos e trinta e oito milésimos.
b) 3,25 -Lê-se: três inteiros e vinte cinco centésimos.
c) 47,3 -Lê-se: quarenta e sete inteiros e três décimos.

Observações:

1- O número decimal não muda de valor se acrescentarmos ou suprimirmos zeros à direita do último algarismo.

Exemplo: 0,5 = 0,50 = 0,500

2- Todo número natural pode ser escrito na forma de número decimal, colocando-se a vírgula após o último algarismo e zero (s) a sua direita.

Exemplo: 34 = 34,000 1512 = 1512,00

Representação de racionais sob a forma de dízimas

Consideremos o racional decimal $\frac{31}{25}$.

Se dividirmos o numerador pelo denominador obtemos a **representação decimal** (ou **dízima**) correspondente.

$$\frac{31}{25} = 1{,}24$$

Nesta representação pode-se distinguir a **parte inteira** e a **parte decimal**.

No número 1,24 a parte inteira é 1 e a parte decimal é 24. A cada uma das posições ocupadas pelos algarismos que constituem a parte decimal chama-se casa decimal.

Consideremos agora os seguintes números racionais não decimais: $\frac{1}{3}$ e $\frac{4}{7}$.

As suas representações em dízima são as seguintes:

1º Caso: $\frac{1}{3}$ = 0, 3333…= 0,(3) o período é **3**;

2º Caso: $\frac{4}{7}$ = 0,5714285714… = 0,(571428) o período é **571428**

Nestes exemplos, as dízimas são infinitas, existindo um número ou um conjunto de números que se repetem indefinidamente. No 1º caso o número 3 e no 2º o conjunto dos números 571428. Ao número ou conjunto de números que se repete chama-se **período** e as dízimas dizem-se **infinitas periódicas.**

No caso dos números irracionais as dízimas são **infinitas não periódicas**, por exemplo π=3,141592654….

1.1. Classificação das dízimas:

Dízimas
- Finitas
- Infinitas
  - Periódicas
  - Não periódicas

No caso dos números racionais temos:

Números racionais
- Decimais - possuem dízima finita
- Não decimais – possuem apenas uma dízima infinita periódica.

Os números decimais permitem-nos aproximar tanto quanto quisermos qualquer número real. Desta forma, permitem-nos realizar cálculos com todos os números como se fossem números inteiros.

Transformação de Fração Decimal em Número Decimal

Para escrever qualquer número fracionário decimal, na forma de "Número Decimal", escreve-se o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

Exemplos:

a) $\frac{25}{10} = 2,5$

b) $\frac{43}{1000} = 0,043$

c) $\frac{135}{1000} = 0,135$

e) $\frac{2343}{100} = 23,43$

Transformação de Número Decimal em Fração Decimal

Para se transformar um número decimal numa fração decimal, escrevem-se no numerador os algarismos desse número e no denominador a potência de 10 correspondente à quantidade de ordens (casas) decimais.

Veja os exemplos abaixo:

Exemplos:

a) $0,34 = \frac{34}{100}$

b) $5,01 = \frac{501}{100}$

c) $0,01 = \frac{1}{100}$

d) $21,057 = \frac{21057}{1000}$

Operações com Números Decimais

Adição e Subtração

Para adicionar ou subtrair dois números decimais, escreve-se um abaixo do outro, de tal modo que as vírgulas se correspondam (numa mesma coluna) e adicionam-se ou subtraem-se como se fossem números naturais.

Observações:

Costuma-se completar as ordens decimais com zeros à direita do último algarismo.

Exemplos:

a) 3,97 + 47,502 = 51,472

$$\begin{array}{r} 3{,}970 \\ +\ 47{,}502 \\ \hline 51{,}472 \end{array}$$

b) 4,51 - 1,732 = 2,778

$$\begin{array}{r} 4{,}510 \\ -\ 1{,}732 \\ \hline 2{,}778 \end{array}$$

No caso de adição de três ou mais parcelas, procede-se da mesma forma que na de duas parcelas.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 4{,}310 \\ 5{,}200 \\ +\ 17{,}138 \\ \hline 26{,}648 \end{array}$$

Multiplicação

Para multiplicar números decimais, procede-se da seguinte forma:

1º Multiplicam-se os números decimais, como se fossem naturais;

2º No produto, coloca-se a vírgula contando-se da direita para a esquerda, um número de ordens decimais igual à soma das ordens decimais dos fatores.

Exemplos:

0,012 x 1,2 =	0,012	3 ordens decimais
	x 1,2	+ 1 ordem decimal
	0024	
	+ 0012	
	0,0144	4 ordens decimais

Para multiplicar um número decimal por 10, 100, 1000 ..., desloca-se a vírgula para a direita tantas ordens quantos forem os zeros do multiplicador.

Exemplos:

a)	2,35	×	10	=	23,5
b)	43,1	×	100	=	4310
c)	0,3145	×	1000	=	314,5

Para multiplicar três ou mais fatores, multiplicam-se os dois primeiros; o resultado obtido multiplica-se pelo terceiro e assim por diante até o último fator.

Exemplo:

0,2 x 0,51 x 0,12 = 0,01224

Divisão

Para efetuarmos a divisão entre números decimais procedemos do seguinte modo:

1) igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor acrescentando zeros;
2) eliminamos as vírgulas;
3) efetuamos a divisão entre os números naturais obtidos.

Atenção:

Se a divisão não for exata, para continuá-la colocamos um zero à direita do novo dividendo e acrescenta-se uma vírgula no quociente.

1º Exemplo: 3,927 ÷ 2,31 = 1,7

3,927	2,310
16170	1,7
0000	

2º Exemplo: 47,76 ÷ 24 = 1,99

47,76	24,00
23 7	1,99
2 16	
00	

Para dividir um número decimal por 10, 100 ou 1000..., desloca-se a vírgula no dividendo para a esquerda tantas ordens quantos forem os zeros do divisor.

Exemplos:

a) Dividir 47,235 por 10, basta deslocar a vírgula uma ordem para esquerda.

47,235 /10 = 4,7235

b) Dividir 58,4 por 100, basta deslocar a vírgula duas ordens para a esquerda.

58,4 /100 = 0,584

Quando a divisão de dois números decimais não é exata, o resto é da mesma ordem decimal do dividendo original.

Exemplo:

$$39{,}276 \div 0{,}7 = 56{,}108 \qquad \text{resto } 0{,}004$$

Exercícios

1) Escreva com algarismos, os seguintes números decimais:

a) Um inteiro e três décimos..

b) Oito milésimos...

c) Quatrocentos e cinqüenta e nove milésimos ....

d) Dezoito inteiros e cinco milésimos................................

e) Vinte cinco inteiros e trinta e sete milésimos ....

2) Represente em forma de números decimais:

a) 97 centésimos =

b) 8 inteiros e 5 milésimos =

c) 2 inteiros e 31 centésimos =

d) 475 milésimos =

3) Observe os números decimais e complete com os sinais:

$\boxed{>}$ $\quad$ $\boxed{<}$ $\quad$ $\boxed{=}$

a) 1,789 2,1

b) 3,78 3,780

c) 4,317 43,27

d) 42,05 42,092

e) 8,7 8,512

4) Escreva em forma de número decimal as seguintes frações decimais:

a) $\frac{36}{100}$ = ...

b) $\frac{5}{1000}$ = ...

5) Escreva na forma de fração decimal:

a) 0,5 = ... f) 8,71 = ...

b) 0,072 = ... g) 64,01 = ...

c) 0,08 = ... h) 347,28 = ...

d) 0,481 = ... i) 0,12 = ...

e) 1,3 = ... j) 0,201 = ...

6) Arme e efetue as adições:

a) 0,8 + 6,24 =

b) 2,9 + 4 + 5,432 =

c) 6 + 0,68 + 1,53 =

d) 19,2 + 2,68 + 3,062 =

Cálculos:

7) Arme e efetue as subtrações:

a) 36,45 -1,2 =

b) 4,8 -1,49 =

c) 9 -2,685 =

d) 76,3 -2,546 =

Cálculos:

8) Arme, efetue e tire a prova:

a) 650,25 x 3,8 =

b) 48 / ,4 =

c) 0,60 / 0,12 =

d) 6,433 + 2 + 1,6 =

e) 9 -2,5 =

Cálculos:

9) Resolva:

a) 36,4 + 16,83 + 2,308 =

b) 93,250 -1,063 =

c) 67403 x 6,9 =

d) 204,35 / 8 =

Cálculos:

10) Atenção! Efetue sempre antes o que estiver dentro dos parênteses:

a) (0,8 -0,3) + 0,5 =

b) (1,86 -1) + 0,9 =

c) (5 -1,46) + 2,68 =

d) (1,68 + 3,2) -2,03 =

e) (0,8 -0,5) + (6,5 x 3) =

f) 0,4 -(0,2 x 0,35) =

Cálculos:

11) Arme e efetue as operações:

Cálculos:

a) 0,471 + 5,9 + 482,23 =

b) 6,68 x 5,986 =

c) 5,73 x6,8 =

d) 24,8 / ,2 =

12) Calcule:

Cálculos:

a) 0,0789 x 100 =

b) 0,71 / 10 =

c) 0,6 / 100 =

d) 8,9741 x 1000 =

13) Torne:

Cálculos:

a) 3,85 dez vezes maior =

b) 42,6 dez vezes menor =

c) 0,153 dez vezes maior =

d) 149,2 cem vezes menor =

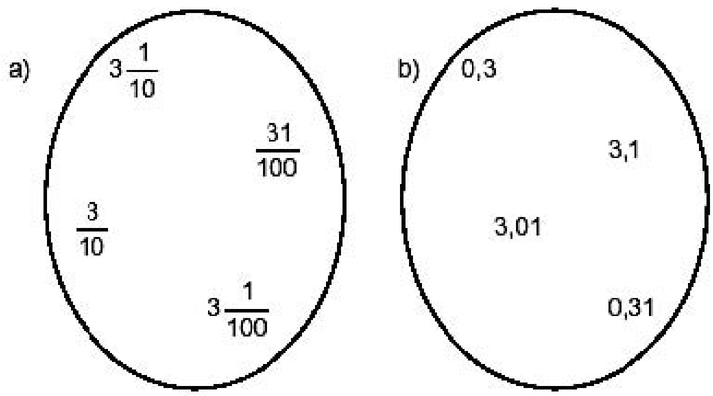
e) 1,275 mil vezes maior =

14) Resolva o problema:

Manoel pintou um carro em 2 dias. Sabendo-se que ele pintou 0,4 do carro no 1º dia, quanto ele pintou no 2º dia?

R:

15) Relacione os elementos por igualdade:



Observe os elementos dos conjuntos acima e marque as sentenças que são verdadeiras:

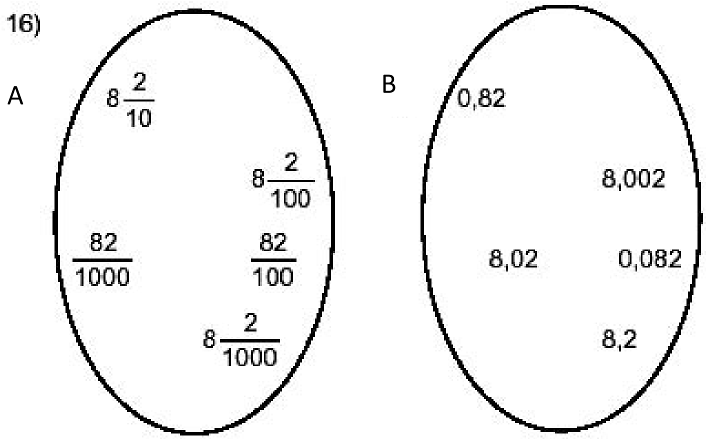
a) Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1.

b) Todos os elementos de A são maiores que zero.

c) Nenhum elemento de B é menor que 1.

d) Todos os elementos de B são menores que 10.

16)



a) Relacione os elementos dos conjuntos A e B e escreva verdadeiro ou falso.

( ) 1 -Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1.

( ) 2 -Todos os elementos de B são maiores que zero.

( ) 3 -Nenhum elemento de B é menor do que 1.

( ) 4 -Todos os elementos de A são maiores que 10.

17) Arme e efetue as operações abaixo:

Cálculos:

a) 3/ 0,05 =

b) 6,52 x38 =

c) 26,38 + 2,953 + 15,08 =

d) 7,308 -4,629 =

e) 63,50 / ,9 =

18) Calcule os quocientes abaixo com duas casas decimais:

Cálculos:

a) 2,4 / ,12 =

b) 5,85 / 0,003 =

c) 0,3 / ,008 =

d) 48,6 / ,16 =

Bibliografia

CASTRO, Alfredo e MULLER, Armando. Matemática Vol.1. Porto Alegre: Editora Movimento, 1981.

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é matemática. São Paulo: Ática, 2005.

SCHEIDMANDEL, Nilo Alberto. Organizador. Chapecó, 2008.